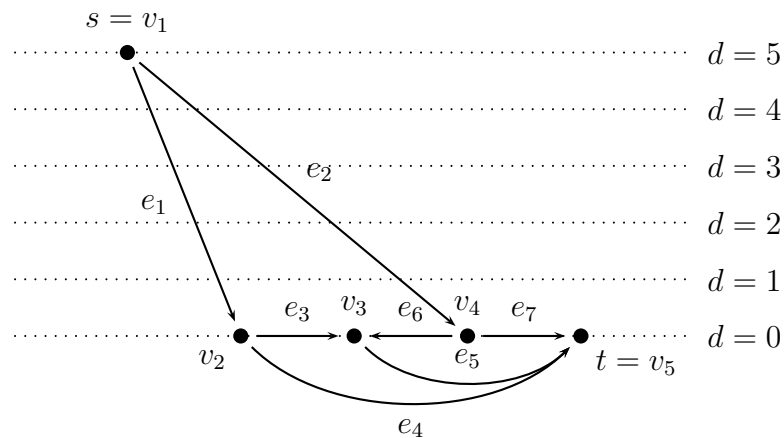


13. Übung zur Mathematik des Operations Research

Dieses Übungsblatt wird nicht mehr gewertet.

Aufgabe 1:

Berechnen Sie für den nachfolgenden Graphen bzgl. der Kapazität $\mathbf{c} = [2, 4, 2, 1, 2, 1, 2]^T \in \mathbb{R}^E$ mit Hilfe des Präfluss-Markierungs-Algorithmus einen maximalen Fluss.



Die aktuellen Markierungen der einzelnen Knoten $d(v)$, sowie die Flussgrößen in den Kanten, geben Sie dadurch an, dass Sie in jedem Schritt den Graphen neu zeichnen, die Knoten entsprechend der aktuellen Bewertung auf die richtige "Höhenlinie" $d = 0, d = 1, \dots$ legen und die aktuellen Flusswerte an die jeweiligen Kanten schreiben.

Falls mehrere aktive Knoten zur Auswahl stehen, wählen Sie den mit kleinstem Index und falls mehrere Kanten aus $G(x)$ für die Sendeoperation in Frage kommen, wählen Sie ebenfalls diejenige mit kleinstem Index.

Aufgabe 2:

Sei $G = (V, E)$ der Graph auf der Knotenmenge $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ mit den Kanten $\{1, 2\}, \{2, 3\}, \{4, 3\}, \{5, 4\}, \{6, 5\}$ und $\{6, 1\}$.

- (a) Formulieren Sie die Aufgabe, ein maximales Matching in G zu bestimmen, als Flussproblem. Geben Sie dazu explizit an:
 - (1) Das Netzwerk, in dem Sie das Flussproblem lösen.

Aufgabe 4:

- (a) Bestimmen und zeichnen Sie für $S = \{[1, 1]^T, [1, -1]^T\} \subseteq \mathbb{R}^2$ die Mengen $\text{lin}(S)$, $\text{cone}(S)$, $\text{aff}(S)$ und $\text{conv}(S)$. Was ändert sich, wenn zu S die Punkte $[0, 0]^T$ und $[2, 0]^T$ hinzugefügt werden?
- (b) Welche der Relationszeichen $\subset, \subseteq, \supset, \supseteq$ und $=$ können an Stelle von \heartsuit and \diamond eingesetzt werden, um die folgenden zwei Ausdrücke für alle Mengen $A, B \in \mathbb{R}^n$ in wahre Aussagen zu überführen?
- (i) $\text{conv}(A \cup B) \heartsuit \text{conv}(A) \cup \text{conv}(B)$
 - (ii) $\text{conv}(A \cap B) \diamond \text{conv}(A) \cap \text{conv}(B)$

Überlegen Sie sich eventuelle Gegenbeispiele.

- (c) Bestimmen Sie die Dimension von $P := \text{conv}([1, 2, -1]^T, [3, 2, 1]^T, [0, 0, 4]^T, [-1, 0, 3]^T)$, sowie ein Ungleichungssystem $A\mathbf{x} \leq \mathbf{b}$, so dass $P = P(A, \mathbf{b})$ gilt.