

# Klausur zur Fachprüfung Mathematik des Vordiploms Wirtschaftsinformatik

Die Klausur ist in zwei Blöcke aufgeteilt. Die Aufgaben des ersten Blocks beinhalten Aufgaben aus der Mathematik für Chemiker und Wirtschaftsinformatiker, der zweite Block Aufgaben aus der Algorithmische Mathematik. Hinreichend zum Bestehen der Klausur sind 50 Punkte, wobei in jedem Block mindestens 17 Punkte erreicht werden müssen. Als Hilfsmittel sind zugelassen Schreibstift, Lineal, 1 Taschenrechner ohne Software und ohne Datenbankfunktion sowie die Formelsammlung aus der Mathematik für Chemiker und Wirtschaftsinformatiker. **Man gebe stets Zwischenschritte an, die zur Lösung führen; Ergebnisse ohne ausreichende Begründung können nicht gewertet werden.**

Kreuzen Sie auf diesem Deckblatt die von Ihnen bearbeiteten Aufgaben an. Verwenden Sie ausschließlich das ausgegebene Klausurpapier. Verwenden Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt Papier. Versehen Sie jedes Blatt links oben mit Ihrem Namen. Geben Sie am Ende der Klausur alle benutzten Blätter (inkl. Deckblatt und Schmierpapier) ab. Viel Erfolg!

Name: \_\_\_\_\_ Vorname: \_\_\_\_\_

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

---

# Mathematik für Chemiker und Wirtschaftsinformatiker:

---

## Aufgabe 1: (Vektorrechnung)

- i) Zeigen Sie, daß ein Parallelogramm genau dann ein Rechteck ist, wenn die Diagonalen gleich lang sind.
- ii)  $A, B, C, D$  seine beliebige Punkte des Raumes. Man beweise, daß die Mittelpunkte der Strecken  $AB, BC, CD, DA$  ein Parallelogramm bilden.

5+4 Punkte

## Aufgabe 2: (Determinante)

Lösen Sie in  $\mathbb{C}$

$$\begin{vmatrix} x-1 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & x+2 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & x-5 & -2 \\ 5 & -3 & 5 & x-3 \end{vmatrix} = 0.$$

6 Punkte

## Aufgabe 3: (gerade und ungerade)

- i) Welche der folgenden Funktionen sind gerade, ungerade, keines von beidem? (Beweise!)

$$\frac{\sin(x)}{x}, \quad x + e^x(1 - e^{-2x}), \quad \frac{1}{|x-2|}, \quad \ln(2^x).$$

- ii) Zeigen Sie: Die Produktfunktion einer geraden und einer ungeraden Funktion ist eine ungerade Funktion.

4+4 Punkte

**Aufgabe 4:** (*Stammfunktionen*)

Lösen Sie die beiden folgenden Integrale unter genauer Angabe des Lösungsweges:

$$\int x^2 \ln(x) dx, \quad \int \frac{e^x dx}{1 + e^x}.$$

6 Punkte

**Aufgabe 5:** (*Rechteckschwingung*)

Bestimmen Sie zunächst die Fourierreihe  $F(x)$  zu der Funktion

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{für } -\pi \leq x < 0 \\ -1 & \text{für } 0 \leq x < \pi \end{cases}, \text{ sonst } f(x + 2\pi) = f(x)$$

und beantworten Sie:

- Weshalb konvergiert die Fourierreihe  $F(x)$ ?
- Stellt  $F(x)$  überall  $f(x)$  dar?
- Weshalb sind alle  $a_k = 0$ ?

12 Punkte

**Aufgabe 6:** (*Induktion*)

- Die Zahlenfolge  $f(n)$  sei gegeben durch  $f(1) = 1, f(2n) = 2f(n) - 1, f(2n + 1) = 2f(n) + 1$ . Zeigen Sie: Ist  $(a_k, \dots, a_0) \in \{0, 1\}^k$  die Binärdarstellung der Zahl  $a$  (also insbesondere  $a_k = 1$ ), so gilt

$$f(a) = f\left(\sum_{i=0}^k a_i 2^i\right) = \sum_{i=0}^k (2a_i - 1) 2^i.$$

- Es wird mit vollständiger Induktion „bewiesen“:

Für alle  $n \in \mathbb{N}$  gilt: Sind  $a, b \in \mathbb{N}$  mit  $\max\{a, b\} = n$ , so folgt  $a = b$ .

**Induktionsanfang:** Für  $n = 1$  ist die Aussage offenbar wahr.

$n \rightarrow n + 1$  : Seien  $a, b \in \mathbb{N}$  mit  $\max\{a, b\} = n + 1$  gegeben. Dann ist  $\max\{a - 1, b - 1\} = n$  und somit nach Induktionsvoraussetzung  $a - 1 = b - 1$ . Hieraus schließen wir  $a = b$ .

Wo ist der Fehler?

6+3 Punkte

---

## Algorithmische Mathematik:

---

**Aufgabe 7:** (*Cholesky*)

- i) Was versteht man unter der Cholesky-Faktorisierung einer symmetrischen Matrix?
- ii) Unter welchen Voraussetzungen existiert Sie?
- iii) Leiten Sie die Formeln zur Cholesky-Faktorisierung aus der Definition her! Wo gehen die Voraussetzungen ein?
- iv) Was geschieht im Algorithmus zur Cholesky-Faktorisierung einer symmetrischen Matrix, wenn eine der Voraussetzungen nicht erfüllt ist?

*2+2+4+2 Punkte*

**Aufgabe 8:** (*zum Simplexalgorithmus*)

Bei der Lösung des linearen Programms  $\max\{c^T x \mid Ax = b, x \geq 0\}$  ergebe sich folgendes Tableau (in der Version des Simplexalgorithmus, die in der Vorlesung vorgestellt wurde!).

$\alpha$	-3	$\beta$	0	0	0	-10
$\gamma$	1	0	1	0	0	$\mu$
-2	2	2	0	1	0	2
0	-1	2	0	0	1	3

Die augenblickliche Basis ist  $B = 4, 5, 6$ . Welche Voraussetzungen müssen an  $\alpha, \beta, \gamma, \mu$  gemacht werden, damit die folgenden Aussagen wahr sind:



