PRIV.-DOZ. DR. W. HOCHSTÄTTLER
MIT DR. TH. KORB Wintersemester 98/99

1. Übungsserie zur Algorithmischen Mathematik

Aufgabe 1 (mdl.)
Der folgende Kartentrick beruht auf einer Tatsache, welche unter Mathematikern und Zauberern als das *Gilbreath-Prinzip* bekannt ist. (Benannt nach dem Mathematiker und Amateur-Zauberer *Norman Gilbreath*, der es im Jahre 1958 entdeckte. Es handelt sich um ein Beispiel für verborgene Strukturen, welche in einem scheinbar ungeordnetem System zur *Cluster-Bildung* führen.)

Ein Zauberer sortiert ein Kartenspiel nach den vier Farben, also z.B. Kreuz–Pik–Herz–Karo, Kreuz–Pik–Herz–Karo und so weiter. Dann läßt er einen Zuschauer den Kartenstapel abheben. Evtl. läßt er auf Wunsch des Publikums noch andere Zuschauer abheben. Anschließend fragt er, wieviele Karten er von dem Kartenstapel auf einen neuen Stapel herunterblättern soll. (Hierdurch wird die Reihenfolge der Karten in dem neu entstehenden Stapel vertauscht!) Die beiden so entstehenden Stapel läßt er von einem Zuschauer amerikanisch *mischen (oder einfach ineinander schieben). Der Zauberer steckt nun die Karten in die Hosentasche und behauptet, er könne die Karten in der Tasche wieder so sortieren, daß in jeweils vier aufeinanderfolgenden Karten wieder jede Farbe nur einmal vorkommt. Er zieht die Karten wieder aus der Hosentasche und blättert die ersten vier Karten auf. Jede Farbe kommt nur einmal vor. Das gleiche gilt für die nächsten vier und so weiter.*

Eine einfachere Version dieses Kartentricks erhält man, indem man die Karten nicht nach den vier Farben sondern einfach nach Rot und Schwarz sortiert und dann wie oben beschrieben vorgeht. Jeder 2-er Pack Karten sollte dann am Ende des Tricks aus einer roten und einer schwarzen Karte bestehen. Versuchen Sie, sich den Trick in dieser einfacheren Version (anschaulich) klar zu machen. Was macht der Zauberer in der Hosentasche? Sollte man sein BAFöG in Pokerrunden zu vermehren suchen, in denen der Geber amerikanisch mischt?

Aufgabe 2 (mdl.)
Das folgende Rätsel stammt von *Raymond Smullyan*, welcher in Deutschland durch Bücher wie *'Alice im Rätselland'*, *'Logik-Ritter und andere Schurken'*, *'Dame oder Tiger'*, *'Simplicius und der Baum'* und *'Spottdrosseln und Metavögel'* bekannt wurde. Er wurde 1918 in New York geboren, wo er mit 12 Jahren die High School verließ, um

im Selbststudium moderne Algebra und Logik zu lernen. (Nicht zur Nachahmung empfohlen! Aber dafür sind Sie ja sowieso schon zu alt!) Später wurde Raymond Smullyan dann Professor für mathematische Logik und lehrte an diversen Universitäten in New York.

Auf einer Bank sitzen 3 Personen nebeneinander, von denen Sie wissen, daß eine immer die Wahrheit sagt, eine immer lügt und eine manchmal die Wahrheit sagt und manchmal lügt, ganz nach Belieben. Sie sollen nun mit 3 Fragen herausfinden, wer wer ist. Nachdem Sie die erste Frage gestellt haben, dürfen Sie entscheiden, wie die zweite Frage lautet und an welche der Personen Sie sie richten wollen etc. Die Fragen sollten von den Personen eindeutig mit Ja oder Nein beantwortbar sein. Wie gehen Sie vor? (Verwechseln Sie dieses Rätsel nicht mit der wohlbekannten simplen Version, in der nur der Wahrheitsliebende und der Lügner vorkommen!)

Raymond Smullyan stellte dieses Rätsel einmal auf einer Konferenz im Mathematischen Forschungsinstitut Oberwolfach, welche ich besuchte. Er sagte, er habe dieses Rätsel in keines seiner Bücher aufgenommen, da es ihm zu schwer erscheine und er sich Sorgen mache, daß manche seiner Leser wahnsinnig würden, wenn Sie nicht auf die Lösung kämen. (Er hatte aus Leserbriefen erfahren, wie lange und intensiv sich manche Leser mit den von ihm gestellten Aufgaben beschäftigten!) Ich habe die Lösung des Rätsels übrigens geträumt! Ich bin im Schlaf hochgeschreckt, habe die geträumte Lösung aufgeschrieben und am nächsten Morgen kontrolliert. Und siehe da, sie stimmte! Klingt wie ein Klischee, ist aber wahr! Thomas.

Aufgabe 3 (mdl.)

Sie werden an der Uni studentische Hilfskraft (wie ihr Übungsgruppenleiter) und verdienen daher enorm viel Geld! (Achtung: Satire!) Dieses Geld tragen Sie ins Casino, wo ein neues Spiel angeboten wird. Die Bank hat einen Kartenstapel vor sich, in dem sich ebensoviele rote wie schwarze Karten befinden (z.B. 5 rote und 5 schwarze). Leider wird der Stapel gemischt, so daß Sie die Reihenfolge der Karten nicht kennen. Sie müssen sich nun für ein Startkapital entscheiden (z.B. 100,- DM) und jedesmal die Hälfte ihres Kapitals einsetzen. Die Bank zieht eine Karte. Ist sie schwarz, so haben Sie gewonnen und ist sie rot, so gewinnt die Bank. Gespielt wird, bis der Kartenstapel aufgebraucht ist und in jeder Runde müssen sie genau die Hälfte ihres Kapitals setzen. Spielen Sie mit?

Wer einen Computer oder programmierbaren Taschenrechner hat, sollte ruhig erst einmal eine Simulation dieses Spiels programmieren, um einen ersten Eindruck zu gewinnen. Sie werden erstaunt sein!

Hinweis: Meine Sprechstunde ist immer am Donnerstag nach der Vorlesung. Mein Büro befindet sich im Mathematischen Institut in der obersten Etage (Zimmer 225). Thomas.