Priv.-Doz. Dr. W. Hochstättler
mit Dr. Th. Korb

Wintersemester 98/99

15. Übungsserie zur Algorithmischen Mathematik

Aufgabe 1 (8 Punkte)

Beweisen Sie die beiden folgenden Aussagen, welche zeigen, daß die Kombination von *konvexen* Funktionen wieder *konvexe* Funktionen ergibt.

(a) Es seien f_1 und f_2 konvexe Funktionen definiert auf einer konvexen Menge S. Dann ist auch die Funktion $f_1 + f_2$ konvex auf S.

(b) Es sei f eine konvexe Funktion definiert auf einer konvexen Menge S. Dann ist auch αf konvex für jedes $\alpha \in \mathbb{R}_+$.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Zeigen Sie folgenden Satz:

Es sei f eine konvexe Funktion auf einer konvexen Menge S. Dann gilt für jede reelle Zahl c, daß die Menge $\Gamma_c := \{x \in S \mid f(x) \leq c\}$ konvex ist.

Angenommen Sie haben nun konvexe Funktionen $f_1, \ldots, f_m$ auf einer konvexen Menge S. Gilt dann auch, daß die Menge der Punkte x, welche

$$f_1(x) \leq c_1, f_2(x) \leq c_2, \ldots, f_m(x) \leq c_m \qquad (c_1, \ldots, c_m \in \mathbb{R})$$

simultan erfüllen, konvex ist?

Aufgabe 3 (12 Punkte)

Beweisen Sie folgendes klassisches Resultat über die Minimierung von konvexen Funktionen:

Es sei f eine konvexe Funktion über einer konvexen Menge S. Dann ist jedes relative Minimum von f ein globales Minimum.

Tip: Überlegen Sie sich zuerst (mit Aufgabe 2), daß die Menge, in der f ihr Minimum annimmt, konvex ist. Dann läßt sich obige Aussage leicht durch einen Widerspruchsbeweis zeigen.

Aufgabe 4 (mdl.)

Während der Klausur zur Algorithmischen Mathematik schlendert der Assistent der Vorlesung irgendwann zwischen 9 und 13 Uhr durch den Hörsaal C des Hörsaalgebäudes und kontrolliert die Personal- und Studentenausweise der Klausurteilnehmer. Nachdem er damit fertig ist, sagt er (der für sein phänomenales Gedächtnis bekannt ist! [Achtung: Satire!]): *"Schade! Niemand hat heute, also am 6.2.'99, Geburtstag. Aber mir ist aufgefallen, daß zwei von Ihnen am selben Tag Geburtstag feiern! So ein Zufall!"*

Hat er recht damit? Ist das wirklich so ein Zufall? (Konkretere Aufgabenstellung: *Wieviele Personen braucht man, damit die Wahrscheinlichkeit, daß zwei von Ihnen am selben Tag Geburtstag haben, mindestens* $1/2$ *beträgt?*)

So, das war jetzt der letzte Hinweis auf die Klausur!

Viel Erfolg in der Klausur und: *Don't Panic !!!*