PRIV.-DOZ. DR. W. HOCHSTÄTTLER
MIT DR. TH. KORB Wintersemester 98/99

12. Übungsserie zur Algorithmischen Mathematik

Aufgabe 1 (8 Punkte)

Untersuchen Sie noch einmal *Bsp. 4.2.4* der Vorlesung, d.h. das Optimierungsproblem

$$\begin{array}{ll} \min & f(x_1, x_2) = x_1^2 - x_1 + x_2 + x_1 x_2 \\ \text{unter} & x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \end{array}$$

im Hinblick auf die *'Notwendigen Bedingungen zweiter Ordnung'* (*Proposition 4.2.5*).

Aufgabe 2 (12 Punkte)

Betrachten Sie das Optimierungsproblem

$$\begin{array}{ll} \min & f(x_1, x_2) = x_1^3 - x_1^2 x_2 + 2x_2^2, \\ \text{unter} & x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \end{array}$$

und überprüfen Sie, ob im *Inneren* des zulässigen Bereiches Lösungen existieren.

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Betrachten Sie die Gleichung $x_1^2 + x_2 = 0$. Eine offensichtliche Lösung ist $x_1 = 0$ und $x_2 = 0$. Gibt es eine Umgebung dieser Lösung, auf der eine Funktion Φ existiert mit $x_1 = \Phi(x_2)$? (Wenn nicht, dann überlegen Sie sich, welche Voraussetzung des *Satzes über implizit definierte Funktionen* nicht erfüllt ist. Wie sieht es mit der Existenz eines solchen Φ für die anderen Lösungen dieser Gleichung aus?)

Aufgabe 4 (mdl.)

3 Quickies *(Wenig Mathematik erforderlich, aber dennoch nett!)*

- In einem Zimmer befindet sich auf einem Tisch eine Glühbirne, vor dem Zimmer 4 Lichtschalter, welche jeweils auf 'AN' bzw. 'AUS' gestellt werden können. Aber nur einer der Lichtschalter schaltet die Glühbirne wirklich an bzw. aus. Die drei anderen sind ohne Funktion. Sie dürfen nun mit den Lichtschaltern herumspielen. Danach gehen Sie in das Zimmer und können dann beantworten, welcher der Schalter die Glühbirne steuert. (Natürlich können Sie, während Sie die Lichtschalter ausprobieren, nicht in das Zimmer sehen! Die Tür zu dem Zimmer ist verschlossen und läßt kein Licht durch.) Wie machen Sie das?

- Sie sind Kandidat bei einer Gameshow. Sie konnten bisher alle Fragen richtig beantworten und haben alle Aufgaben erfolgreich gelöst. Nun, in der entscheidenden Endrunde, dürfen Sie sich eine von 10 Türen aussuchen. Hinter 9 Türen befindet sich nichts, hinter der verbleibenden Tür der große Preis. Sie wählen eine Tür. Von den 9 anderen Türen öffnet der Showmaster (welcher weiß, wo sich der Preis befindet) nun 8 und zeigt, daß sich nichts dahinter befindet. Dann fragt er Sie, ob Sie ihre Tür behalten wollen, oder ob Sie lieber die von ihm noch nicht geöffnete 9te Tür nehmen wollen. Wie verhalten Sie sich?

- Ein böser Zauberer droht damit, 3 Prinzen in Frösche zu verwandeln. Er gibt ihnen jedoch noch eine Chance. Er stellt Sie hintereinander in einer Reihe auf, so daß der letzte seine beiden Vordermänner sehen kann, der mittlere nur seinen Vordermann und der erste keinen der beiden anderen. Nun verbindet der Zauberer den Prinzen die Augen und setzt jedem von ihnen einen Hut auf. Er sagt ihnen, daß die Hüte rot oder schwarz sind und daß nicht alle 3 Prinzen einen Hut der gleichen Farbe tragen. Dann nimmt er ihnen die Augenbinden wieder ab und sagt, daß er alle 3 Prinzen nicht verzaubern wird, wenn mindestens einer von ihnen innerhalb von 10 Minuten sagen kann, welche Farbe sein Hut hat. Der Zauberer aktiviert eine große Sanduhr und die Zeit läuft. Nach 9 Minuten und 59 Sekunden antwortet einer der Prinzen richtig und rettet damit alle drei! Welcher Prinz war das und wie hat er die Aufgabe gelöst?

Hinweis: Die Klausur zur *Algorithmischen Mathematik* wird am Samstag, den 6.2.'99 im Hörsaal des Mathematischen Instituts von $9^{\underline{00}} - 13^{\underline{00}}$ Uhr stattfinden.

Bringen Sie bitte ihren Personal- und Studentenausweis mit zur Klausur!